1 Uvodni zadaci

1. Polusfera poluprečnika R ravnomerno je površinski naelektrisana naelektrisanjem $\sigma > 0$. Naći električno polje $\vec{E}$ u centru sfere.

2. Lopta poluprečnika R naelektrisana je zapreminski $\rho = \alpha r^2$, $(\alpha = const > 0)$. Naći električno polje $\vec{E}(\vec{r})$ i elektrostatički potencijal $\varphi(\vec{r})$ u celom prostoru.

3. Srednja gustina naelektrisanja elektronskog oblaka u atomu vodonika je $\rho = -\frac{e}{a^3\pi}e^{-\frac{2r}{a}}$, gde je a Borov radijus, r je rastojanje između protona i elektrona. Naći električno polje atoma i ispitati slučajeve $r \ll a$ i $r \gg a$. A12

4. Beskonačna ploča debljine $2L$ naelektrisana je gustinom naelektrisanja $\rho = const$. Naći električno polje $\vec{E}$ i potencijal φ u celom prostoru. A9

5. Kroz solenoid dužine L i poluprečnika a teče struja jačine I.

   a)Pokazati da je magnetno polje na osi solenoida

$$B_z = \frac{\mu_0 N I}{2}(\cos\theta_1 + \cos\theta_2),$$

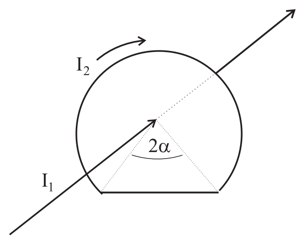
   gde su θ_1 i θ_2 uglovi pod kojim se vide krajevi solenoida iz proizvoljne tačke na osi. Solenoid ima N navoja po jedinici dužine.

   b) Pokazati da blizu ose i blizu centra solenoida postoji i mala radijalna komponenta magnetnog polja:

$$B_r \approx \frac{24\mu_0 I N a^2}{L^4} r z;$$

   $(z \ll a \ll L)$. Koordinata z je merena od centra solenodida.

6. Kroz ram oblika kao na slici teče struja I_2. Poluprečnik kružnice je a. Normalno na ravan u kojoj je ram kroz centar kružnice prolazi dugi provodnik kroz koji teče struja I_1. Naći moment sile koja deluje na ram.



2 Rešavanje Poasonove i Laplasove jednačine

1. Po površini sfere poluprečnika R raspoređeno je naelektrisanje $\sigma = \sigma_0 \cos\theta$, gde je θ ugao u odnosu na z-osu. Naći potencijal i električno polje u celom prostoru. A57

2. Ravan xy je naelektrisana gustinom naelektrisanja $\sigma = \sigma_0 \cos(ax + by)$, gde su a i b konstante. Naći potencijal i električno polje u celom prostoru. A50

3. Zapreminska gustina naelektrisanja u cilindričnim koordinatama ima oblik:

$$\rho = \begin{cases} \rho_0(\frac{r}{R})^n \cos n\varphi, & r \leq R \\ \rho_0(\frac{R}{r})^n \cos n\varphi, & r > R \end{cases}$$

gde je $n \in \mathbf{N}$. Naći potencijal ovog sistema u celom prostoru. A61

4. Lopta poluprečnika R, ravnomerno naelektrisana gustinom naelektrisanja ρ, rotira oko svoje ose konstantnom ugaonom brzinom $\vec{\omega}$. Naći vektorski potencijal i jačinu magnetnog polja u celom prostoru. A221

5. Omotač beskonačnog cilindra poluprečnika R, nalazi se na potencijalu $V = V_0 \cos m\varphi$, gde je $V_0 = const$, a $m \in \mathbf{N}$. Naći potencijal ovog sistema u celom prostoru, ako ni u unutrašnjosti ni van cilindra nema naelektrisanja. Odrediti i površinsku gustinu naelektrisanja na omotachu. A62

6. Po beskonačnoj cilindričnoj površi, poluprečnika R, paralelno osi, teče struja gustine $\vec{i} = i_0\vec{e}_z$. Naći vektorski potencijal i jačinu magnetnog polja u celom prostoru. A224

7. Beskonačna cilindrična površ, ravnomerno naelektrisana gustinom naelektrisanja σ, rotira oko svoje ose konstantnom ugaonom brzinom $\vec{\omega}$, i istovremeno se kreće duž svoje ose brzinom $\vec{v}$. Naći vektorski potencijal i magnetno polje u celom prostoru. A225

8. Beskonačni cilindar poluprečnika R, ravnomerno naelektrisan zapreminskom gustinom naelektrisanja ρ, rotira oko svoje ose konstantnom ugaonom brzinom $\vec{\omega} = \omega\vec{e}_z$. Naći vektorski potencijal i magnetno polje u celom prostoru. A219

3 Dirakova δ funkcija

1. Koristeći se osobinama δ funkcije odrediti zapreminsku gustinu naelektrisanja u Dekartovim, sfernim i cilindričnim koordinatama za sledeće konfiguracije:

   (i) sferna površ, poluprečnika R, ravnomerno naelektrisana gustinom naelektrisanja σ;

   (ii) tanak prsten, poluprečnika R, ravnomerno naelektrisan gustinom naelektrisanja λ;

   (iii) ravan ravnomerno naelektrisana gustinom naelektrisanja σ;

   (iv) cilindar, poluprečnika R, ravnomerno naelektrisan gustinom naelektrisanja σ;

   (v) beskonačna nit, ravnomerno naelektrisana gustinom naelektrisanja λ.

   A80

2. Koristeći se osobinama δ i η funkcija, odrediti zapreminsku gustinu naelektrisanja u Dekartovim, sfernim i cilindričnim koordinatama za sledeće konfiguracije:

   (i) polusfera, poluprečnika R, ravnomerno naelektrisana gustinom naelektrisanja σ;

   (ii) tanak disk, poluprečnika R, ravnomerno naelektrisana gustinom naelektrisanja σ.

   A81

3. Odrediti oblik naelektrisanog tela i tip raspodele naelektrisanja na njemu ako je gustina naelektrisanja:

   (i) $\rho = \frac{a}{r^2}\delta(1-\cos^2\theta)$;

   (ii) $\rho = 2a\sigma\delta(x^2-a^2)$;

   (iii) $\rho = 2aq\delta(x^2-a^2)\delta(z)$;

   (iv) $\rho = 2q\sqrt{a^2+b^2}\delta(x^2-2ax-2by+y^2)\delta(z)$;

   (v) $\rho = \frac{Q}{\pi ab}\delta(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-1)\delta(z)$;

   (vi) $\rho = \frac{Q}{2\pi abc}\delta(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}-1)$.

   A84, A85

4. Elipsa je ravnomerno naelektrisana naelektrisanjem λ po jedinici dužine. Poluose elipse su a i b, a centar se nalazi u koordinatnom početku. Odrediti zapreminsku gustinu naelektrisanja elipse u Dekartovim koordinatama. A82

5. Konusna površ izvodnice l i poluprečnika osnove R, ravnomerno je naelektrisana površinskom gustinom naelektrisanja σ. Vrh konusa je u koordinatnom početku, a visina je duž z-ose. Naći zapreminsku gustinu naelektrisanja u sfernim koordinatama, i na osnovu tog rezultata odrediti dipolni moment sistema. A87

6. Zapreminska gustina naelektrisanja je data sa $\rho(\vec{r}) = (\vec{a}\cdot\nabla)\delta(\vec{r})$, gde je $\vec{a}$ konstantan vektor. Naći potencijal i jačinu električnog polja u celom prostoru. A95

7. Sfera poluprečnika R, ravnomerno naelektrisana površinskom gustinom naelektrisanja σ rotira konstantnom ugaonom brzinom $\vec{\omega}$ oko svoje ose. Odrediti zapreminsku gustinu struje $\vec{j}$ u prostoru, kao i vektorski potencijal i magnetno polje u koordinatnom početku.

8. Zapreminska gustina struje data je sa $\vec{j}(\vec{r}) = (\vec{a} \times \nabla)\delta(\vec{r})$, gde je $\vec{a}$ konstantan vektor. Odrediti magnetni moment sistema, vektorski potencijal i magnetno polje. A156, A182

9. Naelektrisanje q harmonijski osciluje duž x-ose, $x = a \sin \omega t$, gde je a konstanta. Odrediti zapreminsku gustinu struje i proveriti da li je zadovoljena jednačina kontinuiteta. Naći srednje vrednosti ρ i $\vec{j}$ za vreme jednog perioda i pokazati da je $\int < \rho > \mathrm{d}V = q$. A246

10. Zapreminska gustina naelektrisanja u prostoru ima oblik $\rho_e = \alpha\delta(\rho^2 + z^2 - a^2)\eta(z)$, gde su a i α konstante. Odrediti:

    (i) potencijal elektrostatičkog polja na z-osi;

    (ii) magnetno polje u koordinatnom početku, ako sistem rotira ugaonom brzinom $\vec{\omega} = \omega\vec{e}_z$;

    (iii) karakter raspodele naelektrisanja.

11. Parabola $y^2 = ax$, $z = 0$, gde je a konstanta, naelektrisana je gustinom naelektrisanja $\lambda(x) = q\sqrt{\frac{x}{4x+a}}$, $q = const$. Odrediti:

    (i) zapreminsku gustinu naelektrisanja, ρ;

    (ii) električno polje na z-osi;

    (iii) električni dipolni moment u oblasti u kojoj je $x < l$, pri čemu je l pozitivna konstanta.

4 Maksvelove jednačine, Pointingova teorema, teorema impulsa i teorema momenta impulsa

1. Kondenzator se sastoji od dve paralelne kružne ploče poluprečnika a, na rastojanju d. U trenutku $t = 0$ kondenzator je na naponu U_0, a onda se obloge kondenzatora spoje preko otpora R. Zanemarujući efekte krajeva odrediti:

   (a) električno i megnetno polje unutar kondenzatora;

   (b) Pointingov vektor;

   (c) energiju koja izađe kroz bočnu stranu kondenzatora za vreme njegovog razelektrisavanja.

2. Kugla je homogeno naelektrisana naelektrisanjem q i ima masu m. U trenutku $t = 0$ uključi se magnetno polje $\vec{B} = \vec{B}(t)$, koje je konstantnog smera, i $\vec{B}(0) = 0$. Zavisnost $\vec{B}$ od koordinata u oblasti unutar kugle se može zanemariti. Naći ugaonu brzinu rotacije kugle, ako se zanemari povratni efekat rotacije naelektrisane kugle na magnetno polje.

3. Metalna kugla poluprečnika R i mase m pliva u dielektriku relativne dielektrične propustljivosti ϵ_r i gustine ρ, tako da joj je centar iznad površine tečnosti. Kolikim naelektrisanjem treba naelektrisati kuglu da bi joj centar bio u nivou tečnosti.

4. Duž ose beskonačnog cilindra poluprečnika R teče struja jačine I ravnomerno raspoređena po preseku cilindra. Naći silu po jedinici dužine cilindra kojom međusobno interaguju dve polovine cilindra:

   (a) koristeći Maksvelov tenzor napona;

   (b) direktno računajući zapreminske sile.

   A192

5. Lopta poluprečnika R_1 u sebi sadrži loptu poluprečnika R_2, ekscentrično postavljenu tako da je rastojanje između centara jednako l. Obe lopte su ravnomerno naelektrisane, prva gustinom naelektrisanja ρ, a druga naelektrisanjem Q. Naći silu kojom mala lopta deluje na veliku ako su naelektrisanja istorodna. A42

6. Cilindar poluprečnika R_1 smešten je nekoaksijalno unutar drugog cilindra poluprečnika R_2, $(R_2 > R_1)$, tako da su ose cilindara medjusobno paralelne. Kroz cilindre teku koaksijalne struje $\vec{j}_1$ i $\vec{j}_2$, i ne mešaju se pri tome. Rastojanje između osa je l. Naći silu po jedinici dužine koja deluje na unutrašnji cilindar.

7. Ravan monohromatski elektromagnetni talas zadat potencijalima, $\varphi = 0$, $\vec{A} = \vec{A}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \alpha)$, $(\mathrm{div}\vec{A} = 0)$, pada na površinu nepokretne lopte poluprečnika R, i potpuno se apsorbuje. Talasna dužina je mala u poređenju sa R, pa je iza lopte senka. Odrediti silu $\vec{F}$ koja deluje na loptu usrednjenu po periodu. A264

8. Sfera radiujsa a naelektrisana je ravnomerno površinski sa naelektrisanjem Q. Sfera je okružena tečnim dielektrikom dielektrične propustljivosti ϵ i stalne gustine. Fluid sadrži slobodna naelektrisanja čija je zapreminska gustina

$$\rho(\mathbf{r}) = -k\Phi(\mathbf{r}) \ , \tag{1}$$

gde je k konstanta a $\Phi(\mathbf{r})$ električni potencijal. Potencijal u beskonačnosti je nula. Naći potencijal u svakoj tački prostora. Izračunati pritisak kao funkciju $\mathbf{r}$ u dielektriku.

Napmena: Zapreminska gustina sile koja deluje na dielektrik u elektrostatičkom polju je

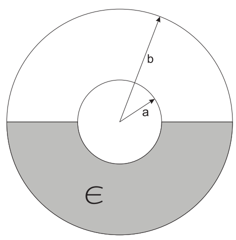
$$\vec{f} = \rho\vec{E} - \frac{\epsilon_0\vec{E}^2}{2}\nabla\epsilon + \frac{\epsilon_0}{2}\nabla(\vec{E}^2\frac{d\epsilon}{d\rho_m}\rho_m) \ .$$

Član $\frac{\epsilon_0}{2}\nabla(\vec{E}^2\frac{d\epsilon}{d\rho_m}\rho_m)$ je strikcioni član, ρ_m je masena gustina dieektrika. Ukupna sila može biti izražena preko površinske sile

$$\vec{F} = \oint \hat{T}\vec{n}dS + \int d^3\vec{r}\frac{\epsilon_0}{2}\nabla(\vec{E}^2\frac{d\epsilon}{d\rho_m}\rho_m) \ ,$$

gde je $\hat{T}$ Maksvelov tenzor napona.

9. Radijusi obloga cilindričnog kondenzatora su a i b ($a < b$). Unutrašnja obloga kondenzatora naelektrisana je sa q a spoljašnja sa $-q$. Dužina kondenzatora je l i važi $l \gg a, b$. Dielektrik propustljivosti ε ispunjava deo kondenzatora kao na slici. Primenom Maksvelovog tenzora napona naći silu koja deluje na granici dielektrika.



10. Dugačka žica naelektrisana je sa naelektrisanjem $-\lambda$ po jedinici dužine i postavljena je duž z-ose. Cilindar radijusa a naelektrisan je ravnomerno sa površinskom gustinom $\sigma = \frac{\lambda}{2\pi a}$ i postavljen je tako da mu je osa simetrije $z-$ osa. Moment inercije cilindra je I. U unutrašnjosti cilindra prisutno je magnetno polje $\vec{B} = B\vec{e}_z$. U trenutku $t = 0$ magnetno polje sporo počinje da opada do vrednosti $B = 0$. Odrediti ugaonu brzinu rotacije cilindra.

11. Solenoid radijusa R ima n navojaka po jedinici dužine. Struja u solenoidu je I. Dva šuplja cilindra dužine l su postavljena koaksijalno sa solenoidom. Unutrašnji disk je radijusa a ($a < R$) i ravnomerno je površinski naelektrisan naelektrisanjem Q, dok spoljnji cilindar nosi ravnomerno raspoređeno naelektrisanje $-Q$ i ima radijus b ($b > R$). Ako se struja isključi cilindri počnu da rotiraju. Odakle im ugaoni moment?

5 Kovarijantna formulacija elektrodinamike

1. Bekonačno duga prava je ravnomerno naelektrisana linijskom gustinom naelektrisanja λ u sistemu u kom prava miruje. Prava se kreće duž svoje ose konstantnom brzinom $\vec{v}$. Na rastojanju l od prave nalazi se tačkasto naelektrisanje q koje se kreće paralelno sa pravom, istom brzinom. Odrediti silu koja deluje na naelektrisanje q i struju u sistemu vezanom za žicu, kao i u laboratorijskom sistemu.

2. Beskonačni cilindar je ravnomerno naelektrisan naelektrisanjem λ po jedinici dužine. Duž ose cilindra teče struja I. U celom prostoru je $\epsilon_r = \mu_r = 1$. Naći sistem reference u kome postoji samo električno polje ili samo magnetno polje.

3. Relativistička čestica naelektrisanja q i mase m se kreće u paralelnim homogenim poljima $\vec{E} = E\vec{e}_z$, i $\vec{B} = B\vec{e}_z$. U trenutku $t = 0$ čestica je bila u koordinatnom početku i imala impuls $\vec{p} = (p_{0x}, 0, p_{0z})$. Naći x, y, z i t u funkciji sopstvenog vremena.

4. Čestica, mase m i naelektrisanja q, se kreće u uzajamno ortogonalnim poljima $\vec{E} = E\vec{e}_x$ i $\vec{B} = B\vec{e}_y$, pri čemu je $E = cB$. U početnom trenutku čestica se nalazila u koordinatnom početku i imala je impuls $\vec{p}_0 = p_0\vec{e}_z$. Odrediti $\vec{r}(\tau)$.
   Ako u inercijalnom sistemu S' koji se kreće u odnosu na početni sistem S duž x-ose, postoji komponente električnog polja $E'_z = \frac{cB}{2}$, odrediti kinetičku energiju čestice u S' sistemu u funkciji sopstvenog vremena.

5. Između obloga cilindričnog kondenzatora poluprečnika a i b $(a < b)$ postoji konstantna razlika potencijala V. U prostoru između obloga postoji aksijalno simetrično magnetno polje paralelno osi kondenzatora $\vec{B} = B(\rho)\vec{e}_z$. Sa unutrašnje obloge se emituje elektron bez početne brzine. Naći graničnu vrednost fluksa magnetnog polja pri kome elektroni prestaju da stižu na anodu.

6. Električni dipolni moment $\vec{p}$ (u sistemu mirovanja) ravnomerno se kreće brzinom $\vec{v}$. Naći skalarni i vektorski potencijal, kao i električno i magnetno polje.

7. Pokazati da lagranžijan $\tilde{L} = \frac{1}{2}mu^\mu u_\mu - qA_\mu u^\mu$ daje korektne jednačine kretanja čestice mase m i naelektrisanja q u spoljašnjem polju potencijala $A_\mu = A_\mu(x)$.

8. Relativistička čestica mase m i naelektrisanja q nalazi se u spoljaašnjem konstantnom električnom polju $\vec{E} = E\vec{e}_x$. Ako se za potencijal uzme $A^\mu = (0, -Et, 0, 0)$, odrediti dejstvo i jednačine kretanja.

9. Pomoću zakona transformacije tenzora $F^{\mu\nu}$ odrediti kako se transformišu polja $\vec{E}$ i $\vec{B}$ u odnosu na bust duž x-ose.

10. Tenzor energije impulsa elektromagnetnog polja se može definisati pomoću tenzora jačine polja:
$$T^{\mu\nu} = \frac{1}{\mu_0}(F^{\mu\rho}F^{\nu}_{\rho} + \frac{1}{4}g^{\mu\nu}F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta}).$$

(a) Naći komponente ovog tenzora.

(b) Pokazati da je $\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0$

(c) Pokazati da je $g_{\alpha\beta}T^{\alpha\beta} = T_\alpha^{\ \alpha} = 0$.

11. Pokazati da je

$$
\begin{aligned}
F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} &= 2\Big(\mathbf{B}^2 - \frac{1}{c^2}\mathbf{E}^2\Big) \\
-\frac{c}{8}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}F_{\mu\nu}F_{\rho\sigma} &= \mathbf{E}\cdot\mathbf{B}\ .
\end{aligned} \tag{2}
$$

12. Zapreminska gustina naelektrisanja i struje sistema tačkastih naelektrisanja su

$$
\begin{aligned}
\rho(\mathbf{r},t) &= \sum_{a=1}^{N} q_a \delta^{(3)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a(t)) \\
\mathbf{j}(\mathbf{r},t) &= \sum_{a=1}^{N} q_a \mathbf{v}_a(t) \delta^{(3)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a(t))\ .
\end{aligned} \tag{3}
$$

Pokazati da četvorovektor gustine struje ima oblik

$$
j^\mu = \sum_a \int q_a u_a^\mu(\tau)\delta^{(4)}(x^\mu - x_a^\mu(\tau))d\tau\ , \tag{4}
$$

gde je τ sopstvano vreme, a u_a^μ četvorobrzina naelektrisanja indeksa a.

13. Na slici je prikazano pojednostavljeno elektronsko sočivo. Ono se sastoji od kružnog provodnika sa strujom I. Za $\rho \ll a$ vektorski potencijal je približno

$$
A_\theta = \frac{\pi I a^2 \rho}{(a^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}\ . \tag{5}
$$

(a) Napisati lagranžijan i hamiltonijan u cilindričnim koordinatama (ρ, θ, z) za naelektrisanje q koje se kreće u ovom polju.

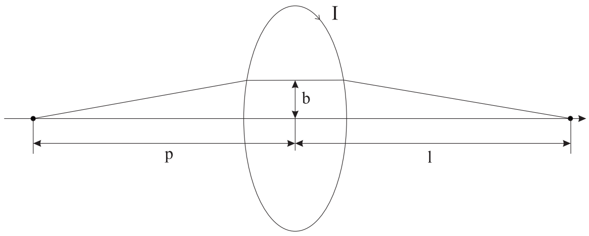
(b) Pokazati da kanonski impuls P_θ iščezava za trajektoriju sa slike i naći izraz za $\dot{\theta}$.

U sledeća dva dela zadatka pretpostavićemo da je magnetna sila koja deluje na naelektrisanje najznačajnija u blizini sočiva (impulsna aproksimacija). Pošto je ρ malo pretpostavićemo da je $\rho \approx b$ i da je $\dot{z} \approx u$ skoro konstantno.

(c) Izračunati radijalnu promenu impulsa kada čestica prolazi kroz sočivo. Pokazati da kontura deluje kao sočivo, tj. da je

$$
\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = \frac{1}{f}\ , \tag{6}
$$

gde žižnu daljinu treba odrediti.



14. Dugačak valjak radijusa R rotira oko ose simetrije konstantnom ugaonom brzinom $\omega = \omega \mathbf{e_z}$. Polarizacija u valjku je data sa $\mathbf{P} = a\rho \mathbf{e}_\rho$, gde je a konstanta.

    (a) Naći raspodelu vezanih naelektrisanja pa na osnovu toga odrediti raspodelu vezanih struja.

    (b) Naći gustinu vezanih struja primenom zakona transformacije polarizacije i magnetizacije.

    (c) odrediti $\mathbf{B}$

6 Laplasova jednačina

Dekartove koordinate

1. Odrediti potencijal električnog polja u oblasti $x \geq 0$ koja je ograničena ravnima $x = 0$, $y = 0$ i $y = b$. Ravan $x = 0$ je na konstantnom potencijalu V_0, dok su druge dve ravni na nultom potencijalu. Unutar ove oblasti nema naelektrisanja. A64

2. Kocka provodnih stranica određena je ravnima $x = a$, $y = a$, $z = a$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. Stranice $z = a$ i $z = 0$ su na potencijalu V_0, dok su ostale strane kocke na nultom potencijalu. Odrediti potencijal u unutrašnjosti kocke, ako u njoj nema naelektrisanja. J213

3. Odrediti elektrostatički potencijal unutar beskonačnog kvadra određenog ravnima $x = 0$, $x = a$, $y = 0$, $y = b$. Potencijal ravni $x = 0$ i $y = b$ je V_0, a potencijal preostalih ravni je jednak nuli. Unutar kvadra nema naelektrisanja. A65

Sferne koordinate

1. Sferna površina poluprečnika R sastoji se od dve polusfere koje su ravnomerno naelektrisane površinskim gustinama naelektrisanja σ_0 i $-\sigma_0$. Odrediti potencijal u celom prostoru.

2. Beskonačna ravan ima ispupčenje koje je oblika polusfere poluprečnika R. Potencijal polusfere je V_0, dok se ravan održava na nultom potencijalu. Odrediti potencijal iznad ravni, ako u tom delu prostora nema naelektrisanja.

3. Homogena sfera poluprečnika R, relativne dielektrične propustljivosti ϵ_1, nalazi se u besko -na -čnom dielektriku dielektrične propustljivosti ϵ_2. Na velikim rastojanjima od sfere postoji konstantno i homogeno električnopolje E_0. Odrediti potencijal u celom prostoru i raspodelu vezanih naelektrisanja.

4. Provodna lopta poluprečnika R nalazi se u polju tačkastog naelektrisanja q, koje je na rastojanju a ($a > R$) od centra lopte. Sistem se nalazi u homogenom dielektriku, propustljivosti ε. Naći potencijal polja φ i raspodelu naelektrisanja σ, indukovanih na lopti, ako je zadat:

   (a) potencijal lopte V (ako je $\varphi = 0$ za $r \to \infty$);

   (b) naelektrisanje lopte Q.

   Potencijal predstaviti u obliku sume potencijala tačkastog naelektrisanja q, i nihovih likova. BT153

5. Kružnica poluprečnika R ravnomerno je naelektrisana linijskom gustinom naelektrisanja λ. Koristeći metod aksijalnog razvoja odrediti potencijal ovog sistema.

6. Tanak disk poluprečnika R nalektrisan je površinskom gustinom naelektrisanja σ. Odrediti potencijal diska u celom prostoru.

7. Sfera poluprečnika R ravnomerno je naelektrisana gustinom naelektrisanja σ, po jedinici površine, izuzev segmenta koji odgovara uglu $\theta = \alpha$. Odrediti potencijal u celom prostoru, kao i polje u centru sfere.

8. Provodna sfera poluprečnika R_1, se nalazi u homogenom dielektriku, relativne dielektrične propustljivosti ϵ_1. Unutar lopte se nalazi sferna šupljina poluprečnika R_2 koja je ispunjena dielektrikom relativne dielektrične propustljivosti ϵ_2. U šupljini na rastojanju a $(a < R_2)$ od njenog centra se nalazi tačkasto naelektrisanje q. Odrediti potancijal sistema u celom prostoru.

9. Unutar uzemljene sfere radijusa b nalazi se prsten radijusa a čiji se centar poklapa sa centrom sfere. Naći potencijal unutar sfere ako je prsten naelektrisan sa konstantnom linijskom gustinom naelektrisanja λ.

10. Unutrašnja sfera radijusa a naelektrisana je sa Q. Spoljašnja sfera radijusa b je uzemljena. Centri ove dve sfere se ne poklapaju. Rastojanje izmedju njih je c, i važi $c \ll a, b$. Ako potencijal u oblasti prostora izmedju ove dve sfere sadrži samo članove $l = 0$ i $l = 1$, odrediti ove članove u prvom redu po parametru c.

11. Osnovne jednačine magnetostatike su $\text{div}\mathbf{B} = 0$ i $\text{rot}\mathbf{H} = \mathbf{j}$. U oblasti prostora gde je $\mathbf{j} = 0$ važi da je $\text{rot}\mathbf{H} = 0$, pa možemo uvesti magnetni skalarni potencijal Φ_M sa $\mathbf{H} = -\nabla\Phi_M$. Sferna ljuska unutrašnjeg radijusa a i spoljašnjeg b napravljena je od materijala permeabilnosti μ. Ljuska se nalazi u spoljašnjem konstantnom magnetnom polju $\mathbf{B_0}$. Naći magnetno polje u celom prostoru.

Cilindrične koordinate

1. Po jednoj polovini beskonačnog ciclindra poluprečnika R, paralelno njegovoj osi, teče struja površinske gustine $\vec{i}$, a po njegovoj drugoj polovini teče struja $-\vec{i}$. Odrediti energiju magnetnog polja po jedinici dužine cilindra.

2. Cilindrična površ poluprečnika R naelektrisana je površinskom gustinom naelektrisanja
$$\sigma = \begin{cases} \sigma_a, & 0 < \varphi \leq \pi \\ \sigma_b, & \pi < \varphi < 2\pi. \end{cases}$$
Odrediti potencijal u celom prostoru.

3. Odrediti potencijal električnog polja u unutrašnjosti cilindra poluprečnika R i visine h, ako su jedna osnova i omotač na nultom potencijalu, a druga osnova je na konstantnom potencijalu V_0. U unutrašnjosti cilindra nema naelektrisanja.

4. Tanak disk poluprečnika R je naelektrisan površinskom gustinom naelektrisanja σ. Koristeći se razvojem potencijala u Furije-Beselov integral odrediti potencijal V u celom prostoru.

5. Dugačak šupalj valjak unutrašnjeg poluprečnika a, i spoljašnjeg b napravljen je od materijala stalne magnetizacije $\mathbf{M}$ koja je normalna na osu simetrije valjka. Naći jačinu magnetnog polja u celom prostoru.

7 Grinove funkcije

1. Naći Grinovu funkciju u oblasti izvan sfere poluprečnika R koja zadovoljava Dirišlaov granični uslov na površini sfere. Koristeći se ovim rezultatom odrediti potencijal na z-osi ako je potencijal sfere:
$$\phi(r=R) = \begin{cases} V_0, & 0 \leq \theta < \frac{\pi}{2} \\ -V_0, & \frac{\pi}{2} \leq \theta < \pi. \end{cases}$$

2. U prostoru $z \geq 0$, sa Dirišleovim graničnim uslovima na $z = 0$ ravni i u beskonačnosti naći:

   (a) Odgovarajuću Grinovu funkciju;

   (b) Ako je potencijal u $z = 0$ ravni dat sa:
   $$\phi = \begin{cases} V_0, & r < a \\ 0, & r \geq a, \end{cases}$$
   odrediti potencijal u deli $\varphi, z > 0$;

   (c) Pokazati da je duž ose simetrije kruga potencijal $\phi = V_0(1 - \frac{z}{\sqrt{a^2+z^2}})$;

   (d) Pokazati da je na velikim rastojanjima ($r^2 + z^2 \gg a^2$) potencijal:
   $$\phi = \frac{V_0 a^2}{2} \frac{z}{(r^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} \left(1 - \frac{3a^2}{4(r^2+z^2)} + \frac{5(3r^2a^2 + a^4)}{8(r^2+z^2)^2} + \dots\right).$$

3. (a) Naći Grinovu funkciju za dvodimenzionalni potencijal koji je dat na površini cilindra poluprečnika R, a u unutrašnjosti je dat sa:
   $$\phi(r,\varphi) = \int_0^{2\pi} \phi(R,\varphi') \frac{(R^2 - r^2)\mathrm{d}\varphi'}{R^2 + r^2 - 2Rr\cos(\varphi - \varphi')}.$$

   (b) Dve polovine dugog provodnog cilindra poluprečnika R, nalaze se na konstantnom potencijalu V_1 i V_2. Pokazati da je potencijal u unutrašnjosti cilindra:
   $$\phi(r,\varphi) = \frac{V_1 + V_2}{2} + \frac{V_1 - V_2}{\pi} \arctan\left(\frac{2Rr}{R^2 - r^2}\cos\varphi\right).$$

   (c) Odrediti indukovanu površinsku gustinu naelektrisanja na cilindru.

4. (a) Unutar provodne sfere poluprečnika R nalazi se tačkasto naelektrisanje q n arastojanju a ($a < R$) od centra sfere. Ako je potencijal na površini konstantan, V_0, naći potencijal u celom prostoru. Unutar sfere je potencijal zbir potencijala q i njegovih likova.

   (b) Potencijal unutar sfere pretpostaviti u integralnom obliku preko Grinove funkcije Dirišleovog tipa.

8 Potencijali i polja na velikim rastojanjima. Energija polja

1. Zapreminska gustina naelektrisanja elektronskog oblaka pobuđenog vodonikovog atoma je $\rho(\vec{r}) = -kr^4 e^{-\frac{2r}{3a}} \sin^4\theta$, gde je a-Borov radijus, r-rastojanje između elektrona i protona. Odrediti komponente tenzora $\hat{D}$, kao i električni diploni moment $\vec{p}$.

2. U temenima kvadrata stranice $2a$ postavljena su tačkasta naelektrisanja suprotnih polova. Odrediti komponente tenzora $\hat{D}$.

3. Naelektrisanje Q je raspoređeno po zapremini elipsoida čije su poluose a, b, c. U tački $\mathbf{r}$ nalazi se dipolni moment $\mathbf{d}$. Naći elektrostatičku energiju interakcije dipola sa elipsoidom uračunavajući kvadrupolni član. Odrediti silu i moment sile koji deluju na dipol.

4. Naelektrisanje Q ravnomerno je raspoređeno po konusnoj površi koja rotira konstantnom ugaonom brzinom $\vec{\omega}$, oko z-ose. Odrediti vektorski potencijal i jačinu magnetnog polja na velikim rastojanjima od sistema. Poluprečnik baze konusa je R a visina konusa je takodje R. Vrh konusa se nalazi u koordinatnom početku.

5. Dve ravnomerno naelektrisane sferne površine jednakih poluprečnika R, postavljene su na velikom rastojanju $\vec{r}$ jedna od druge. Naelektrisanje svake sfere je Q. Odrediti magnetnu energiju sistema ako sfere rotiraju ugaonim brzinama $\vec{\omega}_1$ i $\vec{\omega}_2$.

6. Ravan $z = 0$ naelektrisana je površinskom gustinom naelektrisanja $\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{r^2}{a^2}}$, gde su a i σ_0 konstante, r je rastojanje do z-ose. Odrediti tenzor kvadrupolnog momenta i potencijal u svakoj tački prostora.

7. Cilindar poluprečnika R i visine $2h$ ravnomerno je zapreminski naelektrisan naelektrisanjem Q (osnova je u xy-ravni). Odrediti potencijal na velikim rastojanjima.

8. Dva kružna prstena poluprečnika a i b leže u medjusobno paralelnim ravnima tako da prava koja spaja njihove centre leži duž z ose. Rastojanje izmedju centara je h. Odrediti koeficijent medjusobne indukcije ova dva provodnika. Razmotriti slučaj kad je rastojanje izmedju provodnika veliko.

9 Elektromagnetni talasi u vakuumu

1. Furije komponenta električnog polja je

$$\vec{E}(\vec{k},\omega) = \frac{(2\pi)^4}{\omega_0}\vec{E}_0\delta(\vec{k} - \frac{\omega\vec{n}}{c})e^{-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}.$$

   Odrediti $\vec{E}(\vec{r},t)$.

2. Električno polje je opisano sferno simetričnim potencijalom $V = q\frac{e^{-r/a}}{r}$. Odrediti $\vec{E}$ razvijeno po ravnim talasima:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int \vec{E}_{\vec{k}}e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}}\mathrm{d}^3\vec{k}.$$

3. Oderditi skalarni i vektorski potencijal tačkastog naelektrisanja q koje se kreće konstantnom brzinom $\vec{v}$ koristeći se razvojem na ravne i monohromatske talase.

4. Elektromagnetni talas:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = E_0(x)e^{ik_y z - i\omega t}\vec{e}_y,$$

   propagira između dve idealno provodne ravni $x = 0$ i $x = a$.

   (a) Odrediti dozvoljene vrednosti za $E_0(x)$, i dozvoljene frekvencije;

   (b) naći površinsku gustinu naelektrisanja na ravnima i raspodelu površinskih struja.

5. Duž pravougaonog talasovoda ograničenog ravnima $x = 0$, $x = a$, $y = 0$ i $y = b$ prostire se transverzalni magnetni talas (TM). To je talas kod koga je magnetno polje normalno na pravac prostiranja talasa (u ovom slučaju z-osa), pa je $B_z = 0$. Ovakav talas zadovoljava i granični uslov $E_z = 0$ na graničnim ravnima koje su idealno provodne.

   (a) Odrediti TM modove polja ako su oni oblika $\vec{E} = \vec{E}_0(x,y)e^{i(kz-\omega t)}$, $\vec{B} = \vec{B}_0(x,y)e^{i(kz-\omega t)}$.

   (b) Odrediti disperzionu relaciju i graničnu frekvencu,

   (c) površinsku gustinu struje za proizvoljnu modu.

   (d) Srednja snaga koja se prenosi kroz talasovod se dobija usrednjavanjem fluksa $z-$komponente Pointingovog vektora po preseku talasovoda. Naći srednju snagu za TM modove.

6. Transverzalni električni modovi su drugi nezavistan skup moda koji se prostiru u talasovodu iz prethodnog zadatka. Oni zadovoljavaju uslov $E_z = 0$ i granični uslov $\left.\frac{\partial B_z}{\partial n}\right|_S = 0$ na bočnim stranama talasovoda.

   (a) Objasniti ovaj granični uslov.

   (b) Odrediti TE modove, disperzionu relaciju i graničnu frekvencu.

   (c) Odrediti srednju snagu koju transmituje mn mod kroz talasovod.

10 Zračenje naelektrisanih čestica

1. Dugačka neprovodna nit sa linijskom gustinom λ leži duž z ose.

   (a) Naći elektrostatičko polje u tački P na rastojanju x_0 od z ose.

   (b) U trenutku $t = 0$ žica počinje da se kreće konstantnom brzinom v u pozitivnom smeru x ose. Napisati izraz za zapreminsku gustinu struje. Izračunati $A_z(x_0, t)$ za $t > x_0/c$ i za $t < x_0/c$.

   (c) Zbog cilindrične simetrije znamo i $A_z(\rho, t)$. Naći magnetno polje kada $t \to \infty$.

2. Čestica mase m i naelektrisanja q proleće po prečniku kroz kuglu poluprečnika R, koja je ravnomerno zapreminski naelektrisana suprotnim naelektrisanjem Q. Odrediti energiju ϵ koju čestica izrači za vreme prolaska kroz kuglu u dipolnoj aproksimaciji, ako je početna kinetička energija čestice bila ϵ_0. A289

3. Elektron mase m i nalelektrisanja q proleće na velikom rastojanju l od nepokretnog dipola $\vec{d}$. U beskonačnosti brzina elektrona je bila $\vec{v_0}$. Ako je trajektorija čestice približno prava linija, izračunati energiju koju elektron izrači u jedinici vremena ako je:

   (a) $\vec{d} || \vec{v_0}$;

   (b) $\vec{d} \perp \vec{v_0}$.

4. Elektron mase m i naelektrisanja e krećese po eliptičkoj putanji oko naelektrisanja $Z|e|$. Ukupna energija i angularni moment elektrona su ϵ i $\vec{L}$. Odrediti energiju koju elektron izgubi na dipolno zračenje u toku jednog perioda.

5. Struja u linijskoj anteni dužine d ($d \ll \lambda \ll r$) koja je postavljena duž z-ose $(-\frac{d}{2}, \frac{d}{2})$, ima oblik $I(z,t) = I_0(1 - \frac{2|z|}{d}) \cos \omega t$. Odrediti angularnu distribuciju snage zračenja i ukupnu izračenu snagu u diplonoj aproksimaciji.

6. Dve čestice jednakih masa m i naelektrisanja $\pm q$ vezane su štapom dužine l, zanemarljive mase. Ceo sistem se nalazi u spoljašnjem električnom polju $\vec{E}$ usmerenom od negativnog ka pozitivnom naelektrisanju. U trenutku $t = 0$ štap i polje zaklapaju mali ugao ψ_0. Odrediti intenzitet I dipolnog zračenja ovog sistema.

7. Rastojanje između ploča kondenzatora je l, a napon na kondenzatoru je U. Normalno za ploče, u smeru vektora električnog polja $\vec{E}$ kreće se proton mase m i naelektrisanja e. Početna brzina protona je v_0 i uporediva je sa brzinom svetlosti. Odrediti energiju koju proton izrači za vreme kretanja kroz kondenzator. A453

8. Normalno na homogeno magnetno polje $\vec{B}$ kreće se relativistički elektron mase m i naelektrisanja e. U početnom trenutku energija elektrona je bila ϵ_0. Odrediti zakon zračenja energije elektrona i naći njegov nerelativistički limes. A455

9. Relativistička čestica mase m i naelektrisanja e uleće u prostor u kome postoji konstantno i homogeno magnetno polje $\vec{B}$, a sa graničnom ravni zaklapa ugao od $\pi/4$. Odrediti energiju koju čestica izrači za vreme kretanja u delu prostora u kome postoji $\vec{B}$, ako je:

   (a) u početnom trenutku Lorencova sila usmerena ka poluprostoru u kome postoji polje, $(e > 0)$,

   (b) u početnom trenutku Lorencova sila usmerena ka poluprostoru u kome nema polja $(e < 0)$.

A454

10. Nerelativistički elektron kreće se u spoljašnjem konstantnom i homogenom električnom polju $\vec{E} = E\vec{e}_z$. Naći intenzitet magnetnog dipolnog zračenja elektrona, ako je u početnom trenutku elektron bio u koordinatnom početku i imao brzinu $\vec{v} = v_0\vec{e}_x$.

11. Štap dužine $2l$ i mase m učvršćen je u centru i nalektrisan je tako da je jedna polovina naelektrisana gustinom λ, a druga $-\lambda$, po jedinici dužine. Štap je postavljen u spoljašnje električno polje $\vec{E}$ koje je usmereno od negativnog ka pozitivnom naelektrisanju. Ako je u početnom trenutku štap zaklapao mali ugao ψ_0 sa pravcem električnog polja, odrediti intenzitet dipolnog zračenja štapa.

12. Naelektrisanje q nalazi se na velikom rastojanju od beskonačne uzemljene metalne ploče. Odrediti energiju koju naelektrisanje izrači dok se površini približi na rastojanje d. Smatrati da je naelektrisanje nerelativističko i da se izračena energija može zanemariti u poređenju sa njegovom kinetičkom energijom (dipolna aproksimacija).

11 Supstancijalne sredine

Supstancijalne sredine u statičkim poljima

1. Gustina elektronskog oblaka atoma vodonika je data sa $\rho(\vec{r}) = eC(1 - \frac{r}{2a})^2 e^{-\frac{2r}{a}}$, gde je e naelektrisanje elektrona, dok su C i a pozitivne konstante. Izračunati polarizabilnost atoma β, u slabom staičkom polju, zanemarujući deformaciju oblaka.

2. Za razređeni dvoatomski gas, koji se nalazi u slabom, konstantnom električnom polju $\vec{E}$, naći polarizabilnost ako je podužna polarizabilnost β_1, a poprečna β_2. Broj atoma u jedinici zapremine je N.

3. Jonizovani gas se sastoji od jona naelektrisanja Ze, srednje koncentracije N_0, i elektrona koncentracije n_0. Gas je u celini elektroneutralan ($ZN_0 = n_0$). Smatrajući da se takav gas opisuje klasičnom statistikom, ako i da je energija interakcije čestica mala u poređenju sa kT naći raspodelu gustine naelektrisanja u blizini jona.

4. Atom sa sfrenosimetričnom raspodelom nalektrisanja postavljen je u spoljašnje magnetno polje $\vec{B}$. Pokazati da je dopunsko magnetno polje uslovljeno dijamagnetskom strujom datom sa $\Delta\vec{B} = -\frac{\mu_0\epsilon_0 q}{3m}\varphi(0)\vec{B}$, gde je $\varphi(0)$ elektrostatički potencijal elektrona na nestu gde je jezgro.

5. Tačkasto naelektrisanje q nalazi se u tački A, na rastojanju a od granice dva beskonačna homogena dielektrika. Oblast $z > 0$ je ispunjena dielektrikom propustljivosti ϵ_1, a oblast $z < 0$ dielektrikom propustljivosti ϵ_2. Naći potencijal elektrostatičkog polja metodom likova. Naći gustinu vezanih naelektrisanja na graničnoj površini.

   Pomoć: Rešenje prikazati u obliku $\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_1}(\frac{q}{r_1} - \frac{q'}{r_2})$ za $z \geq 0$ i $\varphi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_2}\frac{q''}{r_1}$ za $z < 0$. Lik q'' se nalazi u tački gde je naelektrisanje q, a naelektrisanje q' u njoj simetričnoj tački u odnosu na ravan $z = 0$.

6. Beskonačna provodna ploča ograničena ravnima $x = h$ i $x = -h$ smeštena je u konstantno električno polje E_0 koje je ortogonalno na ploču. Ploča je u celosti elektroneutralna, srednja koncentracija slobodnih naelektrisanja je N_0, a dielektrična propustljivost ϵ. Pretpostavljajući da je promena koncentracije pod uticajem polja mala, tj. $|N - N_0| \ll N_0$, naći raspodelu polja unutar ploče i odrediti debljinu sloja u kojoj su skoncentrisana ,,površinska" naelektrisanja.

7. Sloj elektrolita se nalazi izmedju dve ravne elektrode $x = h$ i $x = -h$, medju kojima je razlika potencijala $2\varphi_0$. Elektrolit se sastoji od jona čija su naelektrisanja $+e$ i $-e$, i čija je srednja koncentracija u odsustvu spoljnjeg polja N_0. Uzimajući da je dielektrična propustljivost elektrolita ϵ, odrediti potencijal izmedju elektroda. (Koristiti metod primenjen u zadatku 11.3.)

Supstancijalne sredine u vremenski promenljivim poljima

1. Naći dijalektrični tenzor $\hat{\epsilon}(\omega)$ dielektrika koji se sastoji od N atoma u jedinici zapremine i nalazi se u konstantnom i homogenom magnetnom polju $\vec{B}_0$. Koristiti model slabo vezanog elektrona i zanemariti disipaciju energije.

2. Odrediti tenzor polarizabilnosti atoma $\hat{\beta}(\omega)$, u polju ravnog monohromatskog talasa, pri slabom konstantnom i homogenom magnetnom polju $\vec{B} = B_0\vec{e}_z$. Koristiti model elastično vezanog elektrona i koristiti metod sukcesivnih aproksimacija. Zanemariti disipaciju energije.

3. Veza između $\vec{E}$ i $\vec{D}$ u sredini sa vremenskom disperzijom data je sa
$$\vec{D}(t) = \epsilon_0\vec{E}(t) + \epsilon_0 \int_{-\infty}^{t} f(t-u)\vec{E}(u)\mathrm{d}u.$$
Ako je $f(t) = f_0 e^{-t/\tau}$, gde je f_0 konstanta. Odrediti $\epsilon(\omega)$.

4. Naći dielektričnu propustljivost provodne sredine smatrajući jone nepokretnim i zanemarujući efekte vezanih elektrona. Disipaciju energije uračunati uvođenjem sile trenja $\vec{F} = -\eta\dot{\vec{r}}$, koja deluje na elektrone. Koncentracija elektrona je n.

5. Ispitati mogućnost proticanja longitudinalnih ravnih monohromatskih talasa kod kojih je vektor jačine električnog polja paralelan pravcu prostiranja talasa u sredini iz prethodnog zadatka.

6. Primenom Kramers–Kroningovih relacija izračunati realni deo dielektrične propustljivosti $\varepsilon'(\omega)$ako je imaginarni deo propustljivosti dat sa

   (a)
   $$\varepsilon''(\omega) = \frac{\lambda\gamma\omega}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\gamma^2\omega^2}\ ,$$
   gde su $\omega_0, \gamma, \lambda$ konstante.

   (b)
   $$\varepsilon''(\omega) = \frac{(\varepsilon_0-1)\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2}\ ,$$
   gde je τ konstanta.

Skin efekat

1. Široka ravna metalna ploča magnetne propustljivosti μ i debljine $2d$ obmotana je žicom kroz koju teče struja $I = I_0 e^{-i\omega t}$. Broj navoja žice po jedinici dužine je n. Zanemarujući efekte krajeva naći realnu amplitudu magnetnog polja u kvazistacionarnoj aproksimaciji.

2. Dug metalni valjak poluprečnika R, provodnosti σ i relativne magnetne propustljivosti μ_r postavljen je koaksijalno unutar dugog solenoida poluprečnika R_s. Struja u solenoidu je $\vec{I} = I_0 e^{-i\omega t}\vec{e}_\varphi$. Odrediti električno i magnetno polje u celom prostoru u kvazistacionarnoj aproksimaciji kao i raspodelu vrtložnih struja u valjku. Broj navoja po jedinici dužine kalema je n.

3. Kugla radijusa R i provodnosti σ nalazi se u homogenom magnetnom polju $\vec{B} = B_0 e^{-i\omega t}\vec{e_z}$. Odrediti magnetno polje i raspodelu vrtložnih struja unutar kugle. Pretpostaviti da je električno polje unutar kugle oblika $\vec{E} = \frac{f(r)}{\sqrt{r}}\sin\theta e^{-i\omega t}\vec{e_\varphi}$.

4. Po poprečnom preseku dugačkog metalnog provodnika radijusa a, provodnosti σ i permeabilnosti μ_0 teče naizmenična struja jačine $I = I_0 e^{-i\omega t}$. Naći odnos gustinu struje u unutrašnjosti provodnika i na njegovoj površini

$$\frac{j(\rho)}{j(a)} \tag{7}$$

u kvazistacionarnoj aproksimaciji. Analizirarati slučaj niskih i visokih frekvenci.

Anizotropne sredine

1. Ravan monohromatski elektromagnetni talas se prostire u beskonačnoj feritnoj sredini namagnetisanoj do zasićenja duž x-ose. Magnetna propustljivost ferita je:

$$\hat{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_\perp & -i\mu_a & 0 \\ i\mu_a & \mu_\perp & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{||}. \end{pmatrix} \tag{8}$$

Naći fazne brzine tog talasa i ispitati polarizaciju talasa ($\epsilon_r = 1$).

2. Ravan monohromatski elektromagnetni talas prostire se kroz beskonačnu feritnu sredinu namagnetisanu do zasićenja pod uglom θ, u odnosu na spoljašnje konstantno polje $\vec{H}$. Tenzor $\hat{\mu}$ je:

$$\hat{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_\perp & -i\mu_a & 0 \\ i\mu_a & \mu_\perp & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{||} \end{pmatrix} \tag{9}$$

z-osa se poklapa sa pravcem polja, $\epsilon_r = 1$. Odrediti fazne brzine.

3. Smer propagiranja neredovnog talasa u jednoosnom kristalu zaklapa ugao θ sa optičkom osom. Odrediti ugao izmedju talasnog vektora $\vec{k}$ i elektrričnog polja, i ugao izmedju smera zraka i optičke ose kristala.