

Слагање угаоних момената

Увод: Појам спина

1. Сноп електрона пролази кроз Штерн-Герлахов анализаторе уз помоћ којих се одређује спин електрона у снопу. Најпре сноп прође кроз Штерн-Герлахов анализатор који је усмерен дуж z -осе и издвојен је сноп електрона који имају својствену вредност $\hbar/2$. Одредити могуће резултате и вероватноће њиховог појављивања ако је сноп усмерен на:
 - a.) Штерн-Герлахов анализатор усмерен дуж z -осе;
 - b.) Штерн-Герлахов анализатор усмерен дуж x -осе;
 - c.) Штерн-Герлахов анализатор усмерен дуж x -осе, а онда дуж снопа који има својствену вредност $\hbar/2$ још један Штерн-Герлахов анализатор усмерен дуж z -осе.
2. Показати да за Паулијеве матрице важе следећи идентитети:
 - a.) $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \mathbb{1}$.
 - b.) $\sigma_i \sigma_j = \delta_{ij} \mathbb{1} + i \epsilon_{ijk} \sigma_k$.
 - c.) $\det \sigma_1 = -1$, $\text{tr} \sigma_i = 0$.
3. Одредити репрезентацију оператора $\hat{S}_x, \hat{S}_y, \hat{S}_z$ у базису $|s, m_s\rangle$ за спин а) $s = 1/2$, б) $s = 1$.
4. Одредити својствене вредности и својствене векторе оператора пројекције спина на произвољну осу \vec{n} за $s = 1/2$.
5. Електрон се налази у спинском стању $|1/2, 1/2\rangle$. Наћи вероватноћу да пројекција спина на осу \vec{n} има вредност $\pm 1/2$.
6. За спин $s = 1/2$ наћи репрезентацију ротација око \vec{n} осе.
7. Сноп неутрона је у почетном тренутку био у стању:
 - a.) $|1/2, 1/2\rangle$;
 - b.) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|1/2, 1/2\rangle + |1/2, -1/2\rangle)$.
 Сноп се разлаже на два снопа, од којих један пролази кроз хомогено магнетно поље $\vec{B} = B\vec{e}_z$, а други не. После времена t снопови се поново спајају. Наћи стање снопа после спајања у зависности од t .

Разрада: Заиста слагање угаоних момената

8. За две честице спина $s = \frac{1}{2}$ одредити својствена стања и својствене вредности оператора \vec{S}^2 и S_z . ($\vec{S} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$)
9. Показати једнакост димензија

$$\dim(V^{(k_1 \lambda_1)} \otimes V^{(k_2 \lambda_2)}) = \dim \bigoplus_{k=|k_1-k_2|}^{k_1+k_2} V^{(k \lambda)}$$
10. Показати да у $V_{12}^{(s)}$ важи релација $\vec{S}^2 = \frac{\hbar^2}{2}(3 + \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2)$. Ако са $P^{(3)}$ и $P^{(1)}$ обележимо пројекторе на својствене потпросторе $V(s=1)$ (триплетни простор), и $V(s=0)$ (синглетни простор) од \vec{S}^2 у $V_{12}^{(s)}$, показати да важи $P^{(3)} = \frac{1}{2\hbar^2} \vec{S}^2$ и $P^{(1)} = 1 - \frac{1}{2\hbar^2} \vec{S}^2$.
11. Решити први задатак користећи општу теорију слагања угаоних момената.
12. Наћи Клебш-Горданове коефицијенте $\langle l_1, m_1, l_2, m_2 | j, m_j, l_1, l_2 \rangle$ ако су $l_1 = 1$ и $l_2 = 1/2$.
13. Одредити стандардни базис у орбиталном простору стања две честице са вредностима орбиталних квантних бројева j_1 и j_2 .
14. Наћи стандардни базис у орбиталном простору стања две честице чије су вредности орбиталних квантних бројева $j_1 = 1$ и $j_2 = 1$. Проверити резултат користећи таблицу CG -коефицијената.
15. Наћи стандардни базис у орбиталном простору стања три честице чије су вредности спинских квантних бројева $s_1 = 1/2$, $s_2 = 1/2$ и $s_3 = 1/2$.
16. Одредити стандардни базис атома водоника ψ_{nljm_j} .
17. Лектира: LS и jj купловање.