

Централни потенцијал

1. Разматрамо честицу масе m која се креће у сферно симетричном потенцијалу $U(r)$:

а) Показати да су решења стационарне Шредингерове једначине облика $R(r)Y_l^m$, где је $R(r)$ функција која задовољава диференцијалну једначину

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR(r)}{dr} \right) + \left(U(r) + \frac{\hbar^2}{2m} \frac{l(l+1)}{r^2} \right) R(r) = ER(r)$$

а) Y_l^m сферни хармоници.

б) Показати да из $[H, L^2] = 0$ можемо доћи до истог резултата.

ц) Упростити радијалну једначину сменом $R(r) = \frac{\chi(r)}{r}$.

д) Испитати понашање радијалне функције у близини $r = 0$.

2. Наћи таласну функцију и енергију s стања честице која се налази у сферно симетричној потенцијалној јами полупречника a

$$U(r) = \begin{cases} 0 & \text{за } r \in (0, a), \\ \infty & \text{за } r > a, \end{cases}$$

Решења тражити у облику $R(r) = \frac{\chi(r)}{r}$.

3. Користећи резултате добијене у претходном задатку израчунати средње вредности $\langle r \rangle$ и $\langle r^2 \rangle$ за честицу у n -том s нивоу.

4. Наћи таласну функцију и енергију s стања честице која се налази између два чврста концентрична зида чији су полупречници a и b , $b > a$.

5. Честица масе m и енергије E налази се у сферно симетричној потенцијалној јами полупречника a

$$U(r) = \begin{cases} 0 & \text{за } r \in (0, a), \\ U_0 & \text{за } r > a, \end{cases}$$

а) Ако је $U_0 > E$, решити стационарну Шредингерову једначину претпостављајући да решења зависе само од r тј. наћи s стања.

б) Дискутовати граничне услове за коначан и бесконачан скок потенцијала, а затим то применити на конкретан проблем дат под а).

6. (Домаћи) Сферно-симетрична баријера одређује кретање честице масе m :

$$U(r) = \begin{cases} -U_0 & \text{за } r \in (0, a), \\ 0 & \text{за } r > a, \end{cases}$$

Наћи једначину за енергију основног стања. Наћи услов да би постојало бар једно везано стање.

7. $2D$ хармонијски осцилатор.

8. Задатак за додатни рад. $3D$ хармонијски осцилатор.

9. Задатак за додатни рад. Морзеоов потенцијал.