

## Linearni harmonijski oscilator

1. Odrediti svojstvene funkcije hamiltonijana linearnog harmonijskog oscilatora.
2. Odrediti neodređenost linearnog harmonijskog oscilatora u  $n$ -tom svojstvenom stanju.
3. U svojstvenom bazu LHO naći operatore  $H$ ,  $p$  i  $x$ .
4. Linearni harmonijski oscilator nalazi se u stanju  $|\psi\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{2}}{4}|2\rangle + c|3\rangle$ . Koristeći uslov normiranja naći realnu konstantu  $c$  a potom odrediti  $\Delta x \Delta p$  u stanju  $|\psi\rangle$ .
5. Odrediti  $x_H$  i  $p_H$  za linearni harmonijski oscilator. Odrediti  $a_H$  i  $a_H^\dagger$ . Izračunati komutatore  $[x_H(t_1), p_H(t_2)]$  i  $[x_H(t_1), x_H(t_2)]$ .
6. Rešiti svojstveni problem linearnog harmonijskog oscilatora u impulsnoj reprezentaciji.
7. Pokazati da je  $e^{-\alpha a^\dagger} a e^{\alpha a^\dagger} = a + \alpha$ , gde  $\alpha \in \mathbb{C}$ . Pomoću dobijenog rezultata, pokazati da je  $|\alpha\rangle = e^{\alpha a^\dagger} |0\rangle$  koherentno stanje, tj. da je svojstveno za operator  $a$  sa svojstvenom vrednošću  $\alpha$ :  $a|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$ .
8. Za koherentna stanja  $|\alpha\rangle$ :
  - Pokazati da je  $|\alpha\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle$ .
  - Odrediti skalarni proizvod  $\langle \alpha_1 | \alpha_2 \rangle$ .
  - Pokazati da za očekivane vrednosti važi  $\langle \alpha | x | \alpha \rangle = \sqrt{\frac{2\hbar}{m\omega}} \operatorname{Re}(\alpha)$  i  $\langle \alpha | p | \alpha \rangle = \sqrt{2\hbar m\omega} \operatorname{Im}(\alpha)$ .
  - Pokazati da je proizvod neodređenosti koordinate i impulsa minimalan.
9. Naći stanje sistema u vremenskom trenutku  $t$  koji je u početnom trenutku  $t = 0$  u koherentnom stanju  $|\alpha\rangle$ . Odrediti očekivanu vrednost koordinate i impulsa u proizvoljnom trenutku  $t$ .
10. Linearni harmonijski oscilator u trenutku  $t = 0$  se nalazi u stanju  $\psi(x, 0) = N \sum_{n=0}^{\infty} c^n \psi_n(x)$ , gde je  $\psi_n(x)$  svojstvena funkcija Hamiltonijana za svojstvenu vrednost  $\hbar\omega(n + \frac{1}{2})$  i  $c$  poznati realni parametar. Odrediti normalizacionu konstantu  $N$ . U proizvoljnom trenutku  $t$  odrediti talasnu funkciju, verovatnoću da se čestica ponovo nađe u početnom stanju, kao i očekivanu vrednost energije.
11. Landauvljev problem (kretanje elektrona u konstantnom magnetnom polju).