Dinamika

Relacije neodredjenosti

1. U stanju opisanom talasnom funkcijom $\psi(x) = Ce^{\frac{ip_0x}{\hbar} - \frac{(x-x_0)^2}{2a^2}}$ gde su p_0, x_0 i a realni parametri, naći gustinu verovatnoće talasne funkcije u x, kao i neodred1enost koordinate i impulsa.
2. Talasna funkcija stanja čestice je $\psi(x) = Ce^{\frac{ip_0x}{\hbar}}\varphi(x)$, gde je $\varphi(x)$ realna funkcija realne promenljive, tako da je $\lim_{x\rangle\pm\infty}\varphi(x) = 0$. Pokazati da je p_0 srednji impuls čestice posmatranog stanja.
3. Čestica mase m kreće se u polju čiji je potencijal $U = \frac{kx^2}{2}$. Odrediti minimalnu moguću vrednost energije ove čestice.
4. Polazeći od relacija neodred1enosji odrediti energiju veze elektrona u osnovnom stanju kao i ravnotežno rastojanje elektrona od jezgra. Potencijal u kojem se elektron nalazi je Kulonov: $U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$.

Teorijski zadaci

5. Naći struju verovatnoće i jednačinu kontinuiteta. (Predavanja.) Primer: slobodna čestica, 1D LHO.
6. Dokazati Hellman-Feynman-ov teorem: za hamiltonijan koji je parametrizovan parametrom a, normirana svojstvena stanja zadovoljavaju ($H(a)|E(a)\rangle = E(a)|E(a)\rangle$) zadovoljavaju

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}a}E(a) = \langle E(a)|\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}a}H(a)|E(a)\rangle.$$

7. Pokazati da za svaku opservablu A, matrični elementi komutautora $[H, A]$ u (normiranom) stacionarnom bazisu zadovoljavaju

$$\langle n, \lambda|[H, A]|n', \lambda'\rangle = (E_n - E'_n)\langle n, \lambda|A|n', \lambda'\rangle.$$

Specijalno, uzimajući hamiltonijan u formi $H = T + U(\vec{r})$, naći matrične elemente impulsa i sile (gradijenta potencijala) dokazujući teorem virijala.

8. Pokazati da rešenja jednodimenzionalne Šredingerove jednačine imaju neprekidne prve izvode u tačkama konačnog skoka potencijala i prekide u tačkama beskonačnog skoka.
9. Pokazati da je energija vezanog stanja čestice u jednoj dimenziji nedegenerisana.
10. Šta se može zaključiti o parnosti vezanih svojstvenih stanja hamiltonijana $H(x) = \frac{p^2}{2m} + V(x)$, ako je potencijalna energija parna funkcija od x, tj. ako je $V(-x) = V(x)$.

Šredingerova jednačina, jame i barijere

11. Rešiti Šredingerovu jednačinu za slobodnu česticu mase m koja se nalazi u potencijalu

$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{za } x \in (0, a), \\ \infty, & \text{za } x \in (-\infty, 0) \cup (a, \infty), \end{cases}$$

koji se naziva beskonačno duboka potencijalna (BDP) jama širine a.

12. Naći talasnu funkciju u proizvoljnom trenutku vremena t, čestice mase m koji se nalazi u BDP jami širine a i u početnom trenutku se nalazila u stanju

$$\psi(x) = \begin{cases} Ax(a - x), & \text{za } x \in (0, a), \\ 0, & \text{za } x \in (-\infty, 0) \cup (a, \infty). \end{cases}$$

13. Naći dalju evoluciju stanja sistema koji se nalazi u BDP jami širine a ako je $\psi(x, 0) = A\sin^3\frac{\pi x}{a}$.
14. Naći koeficijent refleksije i transmisije za česticu mase m i energije $E < V_0$ (tunel efekat) koja sa leva nailazi na barijeru

$$V(x) = \begin{cases} V_0, & \text{za } x \in (0, a), \\ 0, & \text{za } x \in (-\infty, 0) \cup (a, \infty). \end{cases}$$

15. Naći koeficijent refleksije i transmisije za česticu mase m i energije $E > V$ koja sa leva nailazi na barijeru

$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{za } x < 0, \\ V, & \text{za } x > 0. \end{cases}$$

16. Odrediti energetske nivoe i talasne funkcije za česticu mase m koja nailazi sa leva na potencijalnu barijeru $V(x) = -\alpha\delta(x)$, $\alpha > 0$.
17. Rešiti Šredingerovu jednačinu za česticu mase m koja sa leva nailazi na barijeru

$$V(x) = \begin{cases} -V, & \text{za } x \in (-a, a), \\ 0, & \text{za } x \in (-\infty, -a) \cup (a, \infty). \end{cases}$$

18. Kronig-Penney-ev model elektronske provodnosti. (Pogledati kao materijal za čitanje.)