

Operatori 1

Datum: 19.10.2018.

1. Napisati komutator $[AB, C]$ pomoću komutatora $[A, C]$ i $[B, C]$.
2. Napisati komutator $[A, BC]$ pomoću komutatora $[A, B]$ i $[A, C]$.
3. Dokazati Jakobijev identitet $[A, [B, C]] + [B, [C, A]] + [C, [A, B]] = 0$.
4. Dokazati da ako operatori A i B komutiraju važi $[A^m, B] = 0$.
5. Pokazati da za svaka dva operatora A i B koji zadovoljavaju $[[A, B], A] = 0$ važi $[A^m, B] = mA^{m-1}[A, B]$.
6. Ako je $[A, B] = i$ naći čemu je jednak komutator $[A, Ae^{iB}]$.
7. Naći opšti oblik operatora $e^{i\pi A}$, gde je $A^2 = I$.
8. Izvod operatora $A(\lambda)$ koji eksplicitno zavisi od parametra λ se definiše kao

$$\frac{dA(\lambda)}{d\lambda} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{A(\lambda+\epsilon) - A(\lambda)}{\epsilon}.$$

Pokazati da važi

$$\frac{d}{d\lambda}(AB) = \frac{dA}{d\lambda}B + A\frac{dB}{d\lambda} \text{ i } \frac{d}{d\lambda}(A^{-1}) = -A^{-1}\frac{dA}{d\lambda}A^{-1}.$$

9. Pokazati da za svaka dva operatora A i B važi BCH formula (BakerCampbellHausdorff).

$$e^B A e^{-B} = A + [B, A] + \frac{1}{2!}[B, [B, A]] + \frac{1}{3!}[B, [B, [B, A]]] + \dots$$